**Chapitre 7**

**DIVISIONS**

**I – Division euclidienne**

1. **Définition**

Effectuer la division euclidienne d’un nombre entier a par un autre nombre entier b, c’est trouver le quotient entier q et le reste entier r tel que :

a = (b x q) + r et r < b

**Exemple** :

1. Effectuer la division euclidienne de 435 par 11

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **4** | **3** | **5** | **1** | **1** |
| - | 3 | 3 |  | **3** | **9** |
|  | 1 | 0 | **5** |  |  |
| - |  | 9 | **9** |  |  |
|  |  |  | **6** |  |  |

 Donc 435 = (11 x 39) + 6

1. Trouver le quotient q et le reste r tels que 7235 = (12 x q) + r

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **7** | **2** | **3** | **5** | **1** | **2** |  |
| - | 7 | 2 |  |  | **6** | **0** | **2** |
|  |  | 0 | 3 |  |  |  |  |
|  |  | - | 0 |  |  |  |  |
|  |  |  | 3 | 5 |  |  |  |
|  |  | - | 2 | 4 |  |  |  |
|  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |

**Dividende = (diviseur x quotient) + reste et reste < diviseur**

1. **Multiple - Diviseur**

Définition : Quand le reste de la division euclidienne d’un nombre entier a par un nombre entier b est nul, on dit que :

«  a est multiple de b »

Ou «  a est divisible par b »

Ou «  b est un diviseur de a »

**Exemples** :

* 65 = 5 x 13

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **6** | **5** | **5** |  |
| - | 5 |  | **1** | **3** |
|  | 1 | **5** |  |  |
| - | 1 | **5** |  |  |
|  |  | **0** |  |  |

 65 est multiple de 5

 65 est multiple de 13

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **6** | **5** | **1** | **3** |
| - | 6 | 5 |  | **5** |
|  |  | **0** |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

 65 est divisible par 13

 65 est divisible par 5

 13 et 5 sont des diviseurs de 65

Pour savoir si un nombre a est un multiple d’un nombre b :

* Soit je connais la table de multiplication de b
* Soit je pose la division euclidienne de a par b
* Soit j’utilise les critères de divisibilité
1. **Critères de divisibilité**

**Définition** : un critère de divisibilité est une règle qui permet de savoir si un entier a est divisible (ou n’est pas divisible) par un entier b non nul, sans poser la division euclidienne de a par b.

**Règle** :

* Un nombre entier est divisible par 2 quand il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8
* Un nombre entier est divisible par 5 quand il se termine par 5 ou 0
* Un nombre entier est divisible par 10 quand il se termine par 0

**Exemples** :

* 1243 se termine par 3, donc il n’est divisible ni par 2, ni par 5, ni par 10
* 2846 se termine par 6, donc il est divisible par 2, mais il n’est pas divisible par 5 ni par 10
* 10 340 se termine par 0, donc il est multiple de 2, de 5 et de 10

**Définition** :

* On dit qu’un multiple de 2 est un nombre **pair**
* Les nombres qui ne sont pas multiples de 2 sont **impairs**

**Règle** :

* Un entier est divisible par 3 quand la somme de tous ses chiffres est un multiple de 3
* Un entier est divisible par 9 quand la somme de tous ses chiffres est un multiple de 9

**Exemples** :

* 27 234

2 + 7 + 2 + 3 + 4 = 18

18 est un multiple de 3 (3 x 6 = 18)

Donc 27 234 est divisible par 3

* 704 146

7 + 0 + 4 + 1 + 4 + 6 = 22

22 n’est pas un multiple de 3

Donc 704 146 n’est pas divisible par 3

22 n’est pas un multiple de 9

Donc 704 146 n’est pas un multiple de 9

* 87 513

8 + 7 + 5 + 1 + 3 = 24

24 est un multiple de 3 (3 x 8 = 24) mais 24 n’est pas un multiple de 9

Donc 87 513 est un multiple de 3 mais n’est pas un multiple de 9.

* 124

1 + 2 + 4 = 7

7 n’est pas un multiple 3

7 n’est pas un multiple de 9

Donc 124 n’est divisible ni par 3 ni par 9

**Règle**

Un entier est divisible par 4 quand son chiffre des dizaines et son chiffre des unités forment un multiple de 4.

**Exemple** :

* 3224 se termine par 24

24 est un multiple de 4 (6 x 4 = 24)

Donc 3224 est divisible par 4

* 13 096 se termine par 96

96 est un multiple de 4 (24 x 4 = 96)

Donc 13 096 est divisible par 4

* Dans 43 113, les deux derniers chiffres forment le nombre 13

et 13 n’est pas un multiple de 4

donc 43 113 n’est pas divisible par 4

**II – Division décimale**

**Définition**

La division décimale d’un nombre **a** par un nombre b est l’opération qui permet d’obtenir le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a

a : b = b quandquand x b xx b = a ou b x b = a

**Définition**

Le nombre a est appelé **dividende**

Le nombre b est appelé **diviseur**

Le nombre b est appelé le quotient

Quand le reste est nul, on obtient la valeur exacte du quotient

Quand le reste est non-nul, on obtient une valeur approchée par défaut du

quotient.

**Exemple** :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3,** | **4** | **0** | **0** | **8** |  |  |  |  |
| - |  | 8 |  |  |  |  | **1** | **5,** | **4** | **2** | **5** |
|  |  | 4 | 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | - | 4 | 0 |  |  |  |  | 123,4 : 8 = 15,425Ici, le reste de la division de 123,4 par 8 est nul, donc le quotient est exact. |
|  |  |  | 3 | 4 |  |  |  |
|  |  | - | 3 | 2 |  |  |  |
|  |  |  |  | 2 | 0 |  |  |
|  |  |  | - | 1 | 6 |  |  |
|  |  |  |  |  | 4 | 0 |  |
|  |  |  |  | - | 4 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **4** | **3** | **5,** | **9** | **0** | **1** | **7** |  |  |  |
| - | 3 | 4 |  |  |  | **2** | **5,** | **6** | **4** |  |
|  |  | 9 | 5 |  |  |  |  |  |  |  |
|  | - | 8 | 5 |  |  |  | 435,9 : 17 ≈ 25,64Ici, le reste de la division de 435,9 par 17 n’est pas nul, donc le quotient est une valeur approchée par défaut au centième. |
|  |  | 1 | 0 | 9 |  |  |
|  |  | 1 | 0 | 2 |  |  |
|  |  |  |  | 7 | 0 |  |
|  |  |  | - | 6 | 8 |  |
|  |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  |  |

**III – Exemples d’application**

**1 – Conversion de durées**

**Convertir en heures et en minutes**

269 minutes = 4 heures et 29 minutes car une heure = 60 minutes, donc :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 6 | 9 | 6 | 0 |
| - | 2 | 4 | 0 | **4** |  |
|  |  | **2** | **9** |  |  |

**Convertir en heures, minutes et secondes**

6732 secondes = 1 heure 52 minutes 12 secondes

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 6 | 7 | 3 | 2 | 3 | 6 | 0 | 0 |  (car 1h = 3600 s) |
| - | 3 | 6 | 0 | 0 | **1** |  |  |  |  |
|  | **3** | **1** | **3** | **2** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 3 | 1 | 3 | 2 | 6 | 0 |  | (car 1 min = 60 s) |  |
| - | 3 | 0 | 0 |  | **5** | **2** |  |  |  |
|  |  | 1 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |
|  | - | 1 | 2 | 0 |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **1** | **2** |  |  |  |  |  |

**2 – Problèmes**

**Exemple 1 :**

Un transporteur doit acheminer 14 caisses dont la masse totale est 305,5 kg.

Son chargement est composé de trois caisses pesant chacune 23,6 kg, de cinq caisses pesant chacune 17,3 kg et de six autres caisses identiques. Quelle est la masse de chacune des six caisses ?

**Exemple 2 :**

Une chaudière contient 1000 L de fuel. Elle consomme 18 L de fuel par jour pour le chauffage. Pendant combien de jours entiers pourra-t-on se chauffer avec le contenu de cette chaudière ?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |  | Avec 1000 L de fuel, on pourra se chauffer pendant 55 jours entiers. |
| - |  | 9 | 0 |  | 5 | 5 | **jours** |
|  |  | 1 | 0 | 0 |  |  |  |
|  |  | - | 9 | 0 |  |  |  |
|  |  |  | 1 | 0 |  |  |  |

**Exemple 3 :**

Six amis vont au restaurant et payent 85,20 €. Ils veulent se partager l’addition.

Combien paiera chacun des amis ?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 8 | 5, | 2 | 0 | 6 |  |  |  |
| - | 6 |  |  |  | 1 | 4, | 2 | **euros** |
|  | 2 | 5 |  |  |  |  |  | Chaque ami paiera 14€20 |
| - | 2 | 4 |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 | 2 |  |  |  |  |
|  | - | 1 | 2 |  |  |  |  |
|  |  |  | 0 |  |  |  |  |